

Leçon bleue = leçon plutôt complète  
Leçon violette = ébauche ou leçon mal traitée  
Leçon noire = leçon non traitée  
Plan vert = plan travaillé  
Plan rouge = plan non travaillé

## ALGEBRE

### 101 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- 1 - Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\*\*\*)
- 2 - Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*\*)
- 3 - LRQ (\*\*)
- SO<sub>3</sub>(C) isomorphe à PSL<sub>2</sub>(C) [???] (\*\*)
- Action de Steinitz [Gou 188] + [MT 36] + [Cog 152] (\*\*\*)
- Sous groupes finis de SO<sub>3</sub>, 3 cas [Combes] + [BR] (\*\*)

### 103 Exemples et applications des notions de sous-groupe distingué et de groupes quotient.

- 1 - SO(3) est simple [???] (\*\*\*)
- 2 - Groupes d'ordre 12 [FG 19] (\*\*)
- 3 - An simple [Per 26] (\*\*\*)

### 104 Groupes finis. Exemples et applications.

- 1 - Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\*\*)
- 2 - Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*\*)
- 3 - Groupes d'ordre 12 [FG 19] (\*\*)
- An simple [Per 26] (\*\*)
- Sous groupes finis de SO<sub>3</sub>, 3 cas [Combes] + [BR] (\*\*)

### 105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- 1 - Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\*\*)
- 2 - An simple [Per 26] (\*\*)
- 3 - Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*\*)

### 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E, sous-groupes de GL(E). Applications

- 1 - Sous groupes compacts de GL<sub>n</sub>(R) [Aless 141] (\*\*\*)
- 2 - Décomposition polaire [MT 18] + [FGN Alg3 177] (\*\*)
- 3 - Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*\*)
- SO<sub>3</sub>(C) isomorphe à PSL<sub>2</sub>(C) [???] (\*)

### 107 Sous-groupes finis de O(2,R) et de SO(3,R). Applications.

- 1 - Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\*\*)
- 2 - Sous groupes finis de SO<sub>3</sub>, 3 cas [Combes] + [BR] (\*\*\*)

### 108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- An simple [Per 26] (\*\*\*)
- Théorème de Cartan Dieudonné [Szp 317] (\*\*\*)
- Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\*\*)
- SO(3) est simple [???] (\*\*)

### 109 Anneau Z/nZ. Applications.

- 1 - Théorème de Dirichlet faible [Goz 84] (\* ou \*\*)
- 2 - LRQ (\* ou \*\*)

### 110 Nombres premiers. Applications.

- 1 - Loi de réciprocité quadratique via les fq [???] (\*\*)
- 2 - Théorème de Dirichlet faible [Goz 84] (\*\*)
- 3 - La série des inverses des nb premiers diverge [FG 96] (\* ou \*\*)

### 111 Anneaux principaux. Applications.

Entiers de Gauss [FG] (\*\*)

Anneau où les idéaux maximaux sont principaux [FG] (\*\*)

### 112 Corps finis. Applications.

1 - Loi de réciprocité quadratique via les fq [???] (\*\*)

2 - Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*\*)

3 - Dénombrément des polynômes irréductibles sur Fq [FG 189] (\*\*)

SO<sub>2</sub>(Fq) [FGN Alg1 17] (\*\*\*)

### 113 Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

Théorème de Gauss [Carrega 48] (\*\*)

Théorème de Dirichlet faible [Goz 84] (\*\*)

Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Goz 69] (\*\*)

### 114 Anneau des séries formelles

Dénombrément des partitions d'un entier [Gou An 249] (\*\*)

### 116 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

1 - Dénombrément des polynômes irréductibles sur Fq [FG 189] (\*\*\*)

2 - Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Goz 69] (\*\*\*)

3 - Endomorphismes semi-simples [Gou Alg 224] (\*\*)

Théorème de Gauss [Carrega 48] (\*\*)

### 117 Algèbre des polynômes à n indéterminées (n≥2). Polynômes symétriques. Applications.

#### 118 Exemples d'utilisation de la notion de dimension en algèbre et en géométrie

1 - Réduction de Jordan (\*\*)

2 - Théorème de Gauss [Carrega 48] (\*\*)

SO<sub>3</sub>(C) isomorphe à PSL<sub>2</sub>(C) [???] (\* ou \*\*)

Wantzel [Goz] (\*\*) + quadrature cercle

#### 119 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices

1 - Action de Steinitz [Gou 188] + [MT 36] + [Cog 152] (\*\*\*)

2 - Réduction de Jordan [???] (\*\*)

SO<sub>3</sub>(C) isomorphe à PSL<sub>2</sub>(C) [???] (\*\*\*)

#### 120 Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de dimension finie). Rang. Exemples et applications.

1 - Sous espaces fermés de L<sup>p</sup> [Rud Analyse fct 111] (\*\*)

2 - Wantzel [Goz] (\*\*)

3 - SETIM

Théorème de Gauss [Carrega 48] (\*)

#### 121 Matrices équivalentes. Matrices semblables. Applications.

Réduction de Jordan [???] (\*\*\*)

Action de Steinitz [Gou 188] + [MT 36] + [Cog 152] (\*\*\*)

Réduction des endomorphismes normaux [Gou Alg 258] (\*\*)

#### 123 Déterminant. Exemples et applications.

Th de Müntz [Gou Alg] + [Gou An] (\*\*\*)

SO<sub>3</sub>(C) isomorphe à PSL<sub>2</sub>(C) [???] (\*\*)

Suite de polygones [???] (\*)

#### 124 Polynôme d'endomorphismes en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

1 - Réduction des endomorphismes normaux [Gou Alg 258] (\*\*)

2 - Réduction de Jordan [???] (\*\*)

3 - Endomorphismes semi-simples [Gou Alg 224] (\*\*)  
Image de l'exponentielle matricielle [BMP 213] (\*\*)  
Commutant (cas diagonalisable, CNS cyclique) [Gou] (\*\*)

### 125 Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

Réduction des endomorphismes normaux [Gou Alg 258] (\*\*\*)  
Endomorphismes semi-simples [Gou Alg 224] (\*\*\*)

### 126 Endomorphismes diagonalisables en dimension finie

A diago ssi  $\exp(A)$  diago [BMP 215] (\*\*\*)  
Réduction des endomorphismes normaux [Gou Alg 258] (\*\*)  
Endomorphismes semi-simples [Gou Alg 224] (\*\*)

### 127 Exponentielle de matrices. Applications.

Image de l'exponentielle matricielle [BMP 213] (\*\*\*)  
Homéo entre  $S_n$  et  $S_{n+1}$  par l'exponentielle [MT 62] (\*\*\*)  
A diago ssi  $\exp(A)$  diago [BMP 215] (\*\*\*)

### 128 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

Image de l'exponentielle matricielle [BMP 213] (\*\*\*) (mauvaise idée)  
Réduction de Jordan [???] (\*\*\*)  
Théorème de Burnside [Nourdin]

### 129 Algèbre des polynômes d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

Image de l'exponentielle matricielle [BMP 213] (\* ou \*\*)  
Endomorphismes semi-simples [Gou Alg 224] (\* ou \*\*)  
Commutant (cas diagonalisable, CNS cyclique) [Gou] (\*\*)

### 130 Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

1 - Homéo entre  $S_n$  et  $S_{n+1}$  par l'exponentielle [MT 62] (\*\*\*)  
2 - Décomposition polaire [MT 18] + [FGN Alg3 177] (\*\*)  
3 - Lemme de Morse [Rou 209 + 354] (\* ou \*\*)  
Sous groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$  [Aless 141] (\*)

### 131 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications

Théorème de Cartan Dieudonné [Szp 317] (\*\*\*)  
Loi de réciprocité quadratique via les fq [???] (\*\*)  
 $SO_3(\mathbb{C})$  isomorphe à  $PSL_2(\mathbb{C})$  [???] (\* ou \*\*)  
 $SO_2(\mathbb{F}_q)$  [FGN Alg1 17] (\* ou \*\*)  
SETIM

### 132 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.

HB (géom ou analytique ?) (\*\*) [Tauvel - Géométrie]  
Générateurs  $SL(E)$  (\*\*) [Per]

### 133 Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.

Réduction des endomorphismes normaux [Gou Alg 258] (\*\*)  
Décomposition polaire [MT 18] + [FGN Alg3 177] (\*\*)

### 135 Isométries d'un espace affine euclidien de dim finie. Formes réduites. Applications en dim 2 et 3.

$Iso^+(T)$  et  $Iso^+(C)$  (\*\*)  
Décomposition canonique d'une isométrie affine [Combes] (\*\*\*)

### 136 Coniques. Applications.

### 137 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications

Exo sur le triangle et l'ellipse [Combes 138] (\*\*\*)  
Sous groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$  (\*)

## Suites de polygones (\*\*)

### 138 Homographies de la droite projective complexe. Applications.

#### 139 Application des nombres complexes à la géométrie

Théorème de Gauss [Carrega 48] (\*\*)

Suite de polygones [???] (\*\*)

Ellipse de Steiner [Fresnel – Recueil] (\*\*)

### 140 Systèmes d'équations linéaires. Systèmes échelonnés. Résolution. Exemples et applications.

Décomposition LU [Filbet]

Gauss Siedel [Filbet]

#### 141 Utilisation des groupes en géométrie.

Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\*\*\*)

Ellipse de Steiner [Fresnel – Recueil] (\*\*)

### 144 Problèmes d'angles et de distances en dimension 2 ou 3.

Théorème de Gauss [Carrega 48] (\*\*\*)

Inégalité de Wirtinger + inégalité isopérimétrique [Analyse L2 529] (\* ou \*\*)

#### 145 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

1 - Loi de réciprocité quadratique via les fq [???] (\*\*\*)

2 - Dénombrement des polynômes irréductibles sur  $F_q$  [FG 189] (\*\*\*)

3 - Dénombrement des partitions d'un entier [Gou An 249] (\*\*)

Sous groupes finis de  $SO_3$ , 3 cas [Combes] + [BR] (\*\*)

Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*)

### 146 Résultant de deux polynômes, applications à l'intersection de courbes ou de surfaces algébriques

#### 148 Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

Forme de Hankel [Gantmacher – Théorie des matrices - Tome 2 199] (\*\*\*)

Lemme de Morse [Rou 209 + 354] (\*\*)

Sous groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$  [Aless 141] (\*\*)

SETIM

#### 149 Groupes finis de petit cardinal

1 - Isomorphismes exceptionnels [Perr 105] (\*\*\*)

2 - Groupes d'ordre 12 [FG 19] (\*\*\*)

3 - Iso+(T) et Iso+(C) [Aless 62] (\* ou \*\*)

An simple [Per 26] (\* ou \*\*)

Leçons bleues : 25/42

Leçons violettes : 10/42

Leçons noires : 7/42

## ANALYSE

### 201 Espaces de fonctions. Exemples et applications.

Espace de Bergman [Bayen & Margaria – Espaces de Hilbert et opérateurs] (\*\*\*)

SW [Analyse L3 141] (\*\*)

Th de Müntz [Gou Alg] + [Gou An] (\*\*)

Sous espaces fermés de  $L^p$  [Rud Analyse fct 111] (\*\*)

### 202 Exemples de parties denses et applications.

1 - Th de Müntz [Gou Alg] + [Gou An] (\*\*\*)

2 - SW [Analyse L3 141] (\*\*\*)

3 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\* ou \*\*)

Espace de Bergman [Bayen & Margaria – Espaces de Hilbert et opérateurs] (\* ou \*\*)  
Sous espaces fermés de  $L^p$  [Rud Analyse fct 111] (\* ou \*\*)  
Théorème de Plancherel [Far 136] (\* ou \*\*)  
Fejér [Gou An 286] (\* ou \*\*)

### 203 Utilisation de la notion de compacité.

1 - Sous groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$  [Aless 141] (\*\*\*)  
2 - SW [Analyse L3 141] (\*\*\*)  
3 - RFK [HL] (\*\*)

### 204 Connexité. Exemples et applications.

1 -  $SO(3)$  est simple [???] (\*\*)  
2 - Impossibilité d'une partition dénombrable en fermés [GT topologie 41] (\*\*\*)  
3 -  $SO_3(\mathbb{C})$  isomorphe à  $PSL_2(\mathbb{C})$  [???] (\*ou\*\*)

### 205 Espaces complets. Exemples et applications.

1 - Sous espaces fermés de  $L^p$  [Rud Analyse fct 111] (\*\*)  
2 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\*\*)  
3 - Espace de Bergman [Bayen & Margaria – Espaces de Hilbert et opérateurs] (\*\*)

### 206 Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.

1 - Sous groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$  [Aless 141] (\*\*)  
2 - Méthode de Newton [Rouvière] (\*\*)

### 207 Prolongement de fonctions. Exemples et applications.

1 - Prolongement de Gamma [BMP 82] + [ZQ 313] (\*\*\*)  
2 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\*\*)  
3 - Théorème de Plancherel [Far 136] (\*\*)

### 208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

1 - Sous espaces fermés de  $L^p$  [Rud Analyse fct 111] (\*\*\*)  
2 - Théorème de Plancherel [Far 136] (\*\*)

### 213 Espaces de Hilbert, bases hilbertiennes. Exemples et applications.

1 - Espace de Bergman [Bayen & Margaria – Espaces de Hilbert et opérateurs] (\*\*\*)  
2 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\*\*\*)  
3 - Sous espaces fermés de  $L^p$  [Rud Analyse fct 111] (\* ou \*\*)

### 214 Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.

1 -  $SO_3(\mathbb{C})$  isomorphe à  $PSL_2(\mathbb{C})$  [???] (\*\*\*)  
2 - Lemme de Morse [Rou 209 + 354] (\*\*)

### 215 Applications différentiables définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$ . Exemples et applications.

1 -  $SO_3(\mathbb{C})$  isomorphe à  $PSL_2(\mathbb{C})$  [???] (\*\*)  
2 - Lemme de Morse [Rou 209 + 354] (\*\*)

### 216 Etude métrique des courbes. Exemples

#### 217 Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$ , exemples

1 -  $SO_3(\mathbb{C})$  isomorphe à  $PSL_2(\mathbb{C})$  [???] (\*\*)  
Matrice de rang donné [Rou] (\*\*)  
Contour apparent d'un ellipsoïde [Rou] (\*\*)

#### 218 Applications des formules de Taylor.

1 - Théorème de Bernstein [Gou An 250] (\*\*\*)  
2 - Lemme de Morse [Rou 209 + 354] (\*\*)

#### 219 Problèmes d'extremum.

- 1 - Inégalité de Wirtinger + inégalité isopérimétrique [Analyse L2 529] (\*\*)
- 2 - Inégalité d'Hadarnard [GT 37 calcul diff] (\*\*)

**220 Equations différentielles  $X' = f(t, X)$ , exemples d'études qualitatives des solutions.**

**221 Equations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.**

**223 Convergence des suites numériques. Exemples et applications.**

- 1 - Méthode de Newton [Rouvière] (\*\*)

**224 Comportement asymptotique des suites numériques. Rapidité de convergence. Exemples.**

- 1 - Méthode de Newton [Rouvière] (\*\*)

**225 Etude locale de surfaces. Exemples.**

**226 Comportement d'une suite réelle ou vectorielle définie par une itération  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples.**

- 1 - Méthode de Newton [Rouvière] (\*\*\*)

**228 Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contrexemples.**

- 1 - Fonction à dérivée discontinue sur un ensemble dense [Gou An 233] (\*\*\*)
- 2 - SW [Analyse L3 141] (\*)
- 3 - Th de Darboux, 3 méthodes [Gourdon] (\*\*)

**229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.**

- 1 - Fonctions convexes [Combes exo 7-6] (\*\*)
- 2 - Fonctions positivement homogènes [Gou]

**230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.**

- 1 - Euler-MacLaurin ordre 1 + appl [Analyse L2 409] (\*\*\*)
- 2 - La série des inverses des nb premiers diverge [FG 96] (\*\*)

**232 Méthodes d'approximation des solutions d'une équation  $F(X) = 0$ . Exemples.**

- 1 - Méthode de Newton [Rouvière] (\*\*\*)

**234 Espaces  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ).**

- 1 - Sous espaces fermés de  $L^p$  [Rud Analyse fct 111] (\*\*)
- 2 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\*\*)
- 3 - Espace de Bergman [Bayen & Margaria - Espaces de Hilbert et opérateurs] (\* ou \*\*) RFK [HL] (\*\*)

**235 Suites et séries de fonctions intégrables. Exemples et applications.**

- 1 - Fejér [Gou An 286] (\*\*)
- 2 - TCL + Lévy [ZQ 536] (\*\*)
- RFK [HL] (\*\*)
- Prolongement de Gamma [BMP 82] + [ZQ 313] (\* ou \*\*)

**236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.**

- 1 - Intégrale de Gauss par 3 méthodes [Gourdon] (\*\*\*)
- 2 - Intégrale avec décomp en série de Fourier [FGN Analyse 2](\*\*)

**238 Méthodes de calcul approché d'intégrales.**

**238b Méthodes de calcul approché d'intégrales et d'une solution d'une équation différentielle.**

**239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications**

- 1 - Prolongement de Gamma [BMP 82] + [ZQ 313] (\*\*\*)

2 - Théorème de Plancherel [Far 136] (\*\*)  
RFK [HL] (\*)

#### 240 Transformation de Fourier, produit de convolution. Applications.

1 - Théorème de Plancherel [Far 136] (\*\*)  
2 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\*\*)  
3 - Lévy + TCL [ZQ] (\*\*)  
Fejér [Gou An 286] (\*\*)  
RFK [HL] (\*\*\*)

#### 241 Suites et Séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

1 - Fonction à dérivée discontinue sur un ensemble dense [Gou An 233] (\*\*\*)  
2 - Fejér [Gou An 286] (\*\*\*)  
Glivenko Cantelli [Nourd 109] (\*\*)  
Prolongement de Gamma [BMP 82] + [ZQ 313] (\*\*)  
Lévy + TCL [ZQ] (\*\*)  
RFK [HL] (\*\*)  
Polynômes de Bernstein [ZQ] (\*\*)

#### 242 Utilisation en probabilités des transformations de Fourier ou de Laplace et du produit de convolution

1 - TCL + Lévy [ZQ 536] (\*\*\*)  
2 - Somme de lois normales [Carr] (\*\*\*)

#### 243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

1 - Dénombrément des partitions d'un entier [Gou An 249] (\*\*)  
2 - Théorème de Bernstein [Gou An 250] (\*\*)

#### 245 Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de $\mathbb{C}$ .

1 - Prolongement de Gamma [BMP 82] + [ZQ 313] (\*\*\*)  
2 - Polynômes orthogonaux (base hilbertienne + appl à  $L^2$ ) [Dem] + [BMP] (\*\*\*)  
3 - Espace de Bergman [Bayen & Margaria – Espaces de Hilbert et opérateurs] (\*\*)

#### 246 Séries de Fourier. Exemples et applications.

1 - Fejér [Gou An 286] (\*\*\*)  
2 - Inégalité de Wirtinger + inégalité isopérimétrique [Analyse L2 529] (\*\*)

#### 247 Exemples de problèmes d'interversion de limites.

Théorème d'Abel [Gou] (\*\*)  
Théorème de Schwarz [Rou] (\*\*)  
Taubérien fort [Gou]

#### 249 Suites de variables de Bernoulli indépendantes.

1 - Construction d'une suite de v.a. i.i.d. de lois données [Ouv 58] (\*\*)  
2 - Marche aléatoire sur  $\mathbb{Z}$  [Teicher – Independence, interchangeability, martingales 79] (\*\*)

#### 250 Loi des grands nombres, théorème de la limite centrale. Applications.

1 - TCL + Lévy [ZQ 536] (\*\*)  
2 - Glivenko Cantelli [Nourd 109] (\*\*)  
Polynômes de Bernstein [ZQ] (\* ou \*\*)

#### 251 Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.

1 - Construction d'une suite de v.a. i.i.d. de lois données [Ouv 58] (\*\*\*)  
2 - Somme de lois normales [Carr] (\*\*)

#### 252 Loi binomiale, loi de Poisson – Applications

1 - Théorème de Le Cam [Car 78] (\*\*)  
2 - Polynômes de Bernstein [ZQ] (\*\*)