

116 – Polynômes irréductibles à une indéterminée.

Corps de rupture. E&A.

« Bon on va l'appeler... H. En hommage à Haïti. Et elle comment on l'appelle? P! En hommage à polynôme. »

Le plan :

I) Polynômes irréductibles.

Définition. Caractérisation avec les racines. Polynômes irréductibles sur \mathbb{R} , sur \mathbb{C} , sur \mathbb{F}_q . Lien entre irréductible sur A et sur $\text{Frac}(A)$. Critère d'Eisenstein. Réduction modulo p . Exemple. Généralisation aux anneaux. Factorialité de $A[X]$. $\mathbb{K}[X]$ euclidien. Élément algébrique. Polynôme minimal. Caractérisation.

II) Adjonction de racines.

Corps de rupture. Exemple : construction de \mathbb{C} . Existence. Corps de décomposition. Exemple : construction en \mathbb{F}_q . Extension algébrique. Clôture algébrique. Exemples. Infinitude du corps algébriquement clos. Théorème de Steinitz.

III) Cyclotomie, corps finis.

Polynômes cyclotomiques, définitions, propriétés. Irréductibilité sur \mathbb{Z} . Application : théorème de Wedderburn.

IV) : Constructions à la règle et au compas.

Le principe. Théorème de Wantzel. Théorème de Gauss.

Les développements :

A2 : Irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Z}

A3 : Dénombrement des polynômes irréductibles sur \mathbb{F}_q

A25 : Théorème de Wedderburn

La bibliographie :

[Goz]-[Per]-[FG1]-[FG0]