

117 – Algèbre des polynômes à n indéterminées.

Polynômes symétriques. A.

« *La dure loi bourbakiste fait que c'est un théorème anonyme.* »

Un petit commentaire avant de commencer : Je n'avais pas grand-chose à dire sur cette leçon...

Le plan :

I) Polynômes multivariés.

Définition (suite presque nulle). Isomorphisme canonique. Transfert d'intégrité si A est intègre. Degré partiel, total. Propriété du degré. Polynômes homogènes, somme. Somme directe. Exemple dur résultant. Dérivation partielle, formule de Taylor. Non principalité de $\mathbb{K}[X_1, \dots, X_n]$, exemple de non euclidien principal. Factorialité. Noethérien. Théorème des zéros de Hilbert. Propriété universelle des anneaux de polynômes. Le déterminant est irréductible.

II) Polynômes symétriques.

Action de S_n sur $A[X_1, \dots, X_n]$. Définition, exemple du Vandermonde, du discriminant. Décomposition d'un polynôme semi-symétrique. Polynômes symétriques élémentaires. Isomorphisme $A[X_1, \dots, X_n]^{\otimes n} \approx A[\Sigma_1, \dots, \Sigma_n]$. Exemple avec l'algorithme de symétrisation sur les sommes de Newton. Relations coefficients-racines. Formule de Viète.

Les développements :

A14 : Théorème des zéros de Hilbert (forme faible)

A26 : Décomposition des polynômes semi-symétriques

La bibliographie :

[RD1]-[Per]-[GoC]-[Goz]