

# **117 – Algèbre des polynômes à n indéterminées.**

## **Polynômes symétriques. A.**

« *La dure loi bourbakiste fait que c'est un théorème anonyme.* »

*Un petit commentaire avant de commencer : Je n'avais pas grand-chose à dire sur cette leçon...*

Le plan :

### **I) Polynômes multivariés.**

Définition (suite presque nulle). Isomorphisme canonique. Transfert d'intégrité si A est intègre. Degré partiel, total. Propriété du degré. Polynômes homogènes, somme. Somme directe. Exemple dur résultant. Dérivation partielle, formule de Taylor. Non principalité de  $\mathbb{K}[X_1, \dots, X_n]$ , exemple de non euclidien principal. Factorialité. Noethérien. Théorème des zéros de Hilbert. Propriété universelle des anneaux de polynômes. Le déterminant est irréductible.

### **II) Polynômes symétriques.**

Action de  $S_n$  sur  $A[X_1, \dots, X_n]$ . Définition, exemple du Vandermonde, du discriminant. Décomposition d'un polynôme semi-symétrique. Polynômes symétriques élémentaires. Isomorphisme  $A[X_1, \dots, X_n]^{\otimes n} \approx A[\Sigma_1, \dots, \Sigma_n]$ . Exemple avec l'algorithme de symétrisation sur les sommes de Newton. Relations coefficients-racines. Formule de Viète.

Les développements :

A14 : Théorème des zéros de Hilbert (forme faible)

A26 : Décomposition des polynômes semi-symétriques

La bibliographie :

[RD1]-[Per]-[GoC]-[Goz]