

## **119 – Exemples d’actions de groupes sur les espaces de matrices.**

*« Un groupe, il sert à rien s’il n’agit pas, sinon, c’est un Fanfreluche. Là, il va y avoir de l’action ! Ca va être Bruce Willis ! »*

*Un petit commentaire avant de commencer : Je ne détaillerai pas trop cette fiche, vu que c’est toujours assez classique. Je ne détaillerai que la première partie sur les matrices échelonnées, une notion que l’on a bien du mal à trouver ailleurs que dans le Grifone. Cette notion étant plus utilisée outre-Atlantique, je conseille à l’intéressé de taper dans la barre Google « row echelon matrix ».*

Le plan :

### **I) Multiplication à gauche et systèmes linéaires.**

Présentation. Définition de matrice échelonnée en ligne.  $A=PB \Leftrightarrow \text{Ker } A=\text{Ker } B$ . Unicité et existence d’une matrice échelonnée réduite dans chaque orbite. Espace des solutions et orbites.

### **II) Equivalence.**

Présentation. Rang, théorème du rang version action de groupes de groupes. Caractérisation topologique des orbites (adhérence, connexité).

### **III) Similitude.**

Présentation. Décomposition de Dunford. Action sur  $\mathcal{D}_n(\mathbb{C})$ , sur  $\mathcal{N}_n(\mathbb{C})$ . Tableaux de Young, Jordan d’un endomorphisme nilpotent.

### **IV) Congruence.**

Présentation. Classification des formes quadratiques.

Les développements :

A17 : Décomposition de Bruhat

A19 : Topologie sur les orbites pour l’action par équivalence

A27 : Topologie des endomorphismes diagonalisables

La bibliographie :

[Gri]-[Go1]-[FG2]-[FG3]-[Per]-[BMP]