

# **121 – Matrices équivalentes. Matrices semblables. A.**

*« Pour des raisons affectives, ou psychanalytiques, je préfère travailler sur l'espace des matrices. »*

Le plan :

## **I) Matrices équivalentes.**

### **1) Equivalence de matrices.**

Définitions. Point de vue endomorphisme. Action de  $GL_n \times GL_p$  sur  $M_{np}$ . Cas des anneaux euclidiens. Théorème du rang. Topologie sur les orbites. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes. Algorithme de Gauss. Décomposition de Bruhat.

### **2) Diminution du coût de calcul.**

Action par multiplication à gauche. Matrices échelonnées, échelonnées réduites. Résolution d'un système linéaire.

## **II) Matrices semblables.**

### **1) Définition.**

Point de vue endomorphisme. Action de  $GL_n$  sur  $M_n$ . Quelques invariants partiels. Matrices réelles semblables sur  $\mathbb{C} \Rightarrow$  semblable sur  $\mathbb{R}$ .

### **2) Classes de similitude.**

Théorème des invariants de similitude sur un anneau. Application : réduction de Frobenius.

### **3) Topologie.**

Topologie sur les diagonalisables, sur les nilpotents.

## **III) Représentants canoniques d'une orbite.**

### **1) Dunford et applications.**

Décomposition de Dunford. Action sur  $\mathcal{D}_n(\mathbb{C})$ . Action sur  $\mathcal{N}_n(\mathbb{C})$ . Réduction de Jordan d'un endomorphisme nilpotent. Réduction de Jordan dans le cas général. Critère de finitude de Burnside.

### **2) Cas particuliers.**

Endomorphismes normaux. Application à certains types d'endomorphismes. Application : étude de composantes connexes de  $O(n)$ .

Les développements :

A6 : Critère de finitude de Burnside

A8 : Invariants de similitude

A11 : Réduction des endomorphismes normaux

A17 : Décomposition de Bruhat

A19 : Topologie sur les orbites pour l'action par équivalence

A27 : Topologie sur les endomorphismes diagonalisables

La bibliographie :

[BMP]-[Go1]-[FG1]-[FG2]-[Ale]-[MnT]-[Ser]