

125 – Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. A.

« Cette correspondance est canonique. Canonique, on l'utilise tout le temps en maths. Ça veut dire que c'est direct, sans réfléchir... [...] Ça dépend pas de la base choisie... [...] Par exemple, cette fille est canon, bah, ça dépend pas de qui le dit... »

Un petit commentaire avant de commencer : comme vous pouvez le constater, je n'ai pas bien préparé cette leçon. J'ai voulu recopier ma fiche bien comme il faut mais elle est bourrée de ratures et à des endroits presque illisible. Voici ce que ça donne si j'essaie d'en tirer quelque chose d'à peu près potable !

Le plan :

I) Propriétés et caractérisation.

1) Espace stable.

Définition. Cas où les endomorphismes commutent. Sous-espaces propres et caractéristiques. Caractérisation des homothéties. Cas des endomorphismes transposés, lien avec les sous-espaces u -stables.

2) Caractérisation matricielle.

Polynôme caractéristique. Base adaptée. Remarques. App : Cayley-Hamilton.

II) Polynômes et sous-espaces stables.

1) Dunford et Jordan.

Lemme des noyaux. Décomposition de Dunford. Réduction de Jordan.

2) Espaces cycliques.

Décomposition en sous-espaces cycliques. Invariants de similitude. Réduction de Frobenius.

3) Diagonalisation et trigonalisation.

CNS. Notion de drapeau. Réductions simultanées.

III) Cas particuliers.

1) Les endomorphismes normaux.

2) Les endomorphismes semi-simples.

Les développements :

A1 : Endomorphismes semi-simples

A8 : Invariants de similitude

A11 : Réduction des endomorphismes normaux

La bibliographie :

[Go1]-[Cog]-[BMP]-[FG1]-[FG2]-[Gri]-[GoL]