129 – Algèbre des polynômes d'un endomorphisme en dimension finie. A.

«Bah vous voyez, la case tombe d'un rang, donc c'est plus grand. C'est l'ordre de Chevalley, moi j'appelle ça l'ordre Plouf, car ça tombe. D'ailleurs, Plouffe est un mathématicien Québécois, tapez inverseur de Plouffe sur internet, vous verrez... Bon, c'est sûr, il aura pas la médaille Fields, ni même le mérite agricole... »

Le plan :

I) L'algèbre $\mathbb{K}[f]$.

Définition. Polynômes de matrices. Lien entre 0 sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et X sur $\mathbb{K}[X]$. Propriétés de $\mathbb{K}[f]$. Exemple : $\mathbb{K}[I_n]$. Définition de polynôme minimal. Dimension de $\mathbb{K}[f]$. Lemme des noyaux. Polynôme anulateur. Exemple. Définition de valeur et vecteur propre. Polynôme caractéristique. Commutant d'un endomorphisme diagonalisable.

II) Réduction des endomorphismes.

Théorème de Cayley-Hamilton. Diagonalisabilité, Trigonalisablité. CNS. Sous-espaces stables. Théorème de finitude de Burnside. Codiagonalisabilité : applications. Décomposition de Dunford, réduction de Jordan. Invariants de similitude, réduction de Frobenius. Endomorphismes cycliques, caractérisation sur un corps infini. Semi-simplicité.

III) Séries entières d'endomorphismes.

Définition. Exemple : exponentielle. A et e^A commutent. e^A est un polynôme en A. Calcul avec Dunford. Diagonalisabilité et exponentielle.

Les développements :

A1 : Endomorphismes semi-simples
A6 : Critère de finitude de Burnside
A7 : Diagonalisabilité et exponentielle
A9 : Caractérisation des endomorphismes cycliques sur un corps infini

La bibliographie :

[Go1]-[Cog]-[BMP]-[Ale]