

133 – Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.

« Si S n'est pas fermé, la topologie va coller aux doigts... Ca va être gluant, quoi. »

Le plan :

I) Définition et généralités.

Endomorphisme adjoint. Endomorphismes remarquables. Matrice de l'adjoint. Exemples. Noyaux et images. Matrice de Gram, orthogonalisation. Décomposition d'Iwasawa.

II) Réduction.

1) Endomorphismes normaux.

Espaces stables. Caractérisation. Réduction.

2) Autoadjoints.

Espaces stables. Spectre. Application aux formes quadratiques.

3) Antisymétriques.

Réduction.

4) Isométries de E .

5) Applications.

Homéomorphisme de \mathcal{S}_n sur \mathcal{S}_n^{++} , de \mathcal{H}_n sur \mathcal{H}_n^{++} . Racine carrée d'une matrice positive.

III) Groupe orthogonal.

Connexité, décomposition polaire. $O(p,q)$. $O(p,q)/SO_0(p,q) \approx Z/2Z \times Z/2Z$. Décomposition de Cartan. Compacité, points maximaux de la boule fermée unité dans $M_n(\mathbb{R})$. Centre et commutateurs, groupe dérivé. Etude de $SO(3)$: sous-groupes finis, automorphismes intérieurs, simplicité.

Les développements :

A10 : $SO(3)$ est simple

A11 : Réduction des endomorphismes normaux

A23 : Décomposition polaire

La bibliographie :

[Go1]-[Ser]-[Ale]-[FG3]-[MnT]-[Per]-[FrQ]