

140 – Systèmes d'équations linéaires. Systèmes échelonnés. Résolution. E&A.

«N'inversez pas les matrices ! Même pas dans vos rêves, vous ne pourrez plus dormir, sinon. »

Le plan :

I) Outils et premiers exemples.

1) Opérations élémentaires.

Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes. Définitions. Interprétation sur la matrice. Propriété de conservation du rang. Engendrement de $GL_n(\mathbb{K})$.

2) Système linéaire.

Définition. Algorithme de Gauss. Système de Cramer. Exemple. Coût en calcul. Décomposition LU. Cas général. Dimension de l'espace des solutions.

II) Systèmes échelonnés.

1) Définitions et exemples.

Définition de la fonction longueur, matrice échelonnée en lignes. Exemple. Action à gauche de $GL_n(\mathbb{K})$ sur $M_{np}(\mathbb{K})$. Matrice échelonnée réduite : existence et unicité dans chaque orbite. Dimension de l'espace des solutions. Exemple.

2) Applications.

Résolution d'un système échelonné. Liberté d'une famille, relation de dépendance linéaire. Composantes d'un vecteur sur une famille libre. Famille génératrice. Extraction ou complétion avec le TBI.

III) Résolution : méthodes directes ou itératives.

1) Méthodes directes.

Théorème de Rouché-Fontené (dans son contexte). Factorisation de Cholesky. Factorisation QR.

2) Méthodes itératives.

Méthodologie. Gauss-Seidel et Jacobi. Conditions suffisantes de convergence.

Les développements :

A28 : Générateurs de $SL(E)$ et de $GL(E)$

B24 : Convergence de la méthode de Gauss-Seidel

La bibliographie :

[Gri]-[Per]-[Fil]-[GoL]