

101 : GROUPE OPERANT SUR UN ENSEMBLE– Ex & App

I. Généralités [Com][P]

1. Action
def – morphisme dans $S(E)$ - ex
2. Orbite et stabilisateur
def – ex - $|O|=|G|/|\text{Stab}|$
3. Action transitive, fidèle
def – Th de Cayley ($\sim \langle S_n \rangle$)

II. Action d'un groupe fini [Com][P]

1. Equation aux classes
eq – Th Wedderburn - $|G|=p^2 \Rightarrow$ abélien – app : loi de réciprocité
2. Formule de Burnside
prop – sous-groupes finis de SO_3 – coloriage du cube
3. Théorèmes de Sylow
def – Théorème $S - |G|=63 \Rightarrow$ non simple

II. Action des sous-groupes de GL_n [FaA][MT][Ale]

1. Action d'un groupe topologique
2. Connexité dans $GL_n(\mathbb{R})$
 $SO_n \sim S^{n-1}$ – On a 2 comp – GL_n et S_n connexes
3. Sous groupes finis de $GL_n(\mathbb{R})$
action $C^\circ G \sim GL(S_n)$, $\text{inters}(\text{Fix}(u)) \neq \text{vide}$, th : G conjugué à O_n

III. Action sur les espaces de matrice [Be][Nou][G1]

1. Matrices équivalentes
description de l'action, carac des orbites
2. Matrices semblables
description de l'action, carac des orbites

Biblio :

Combes
Perrin
Faraut
Mneimné Testard
Alessandri
Nourdin
Beck
Gourdon (alg)

Développements :

1 – sous-groupes finis de SO_3
30 – Sous-groupes compacts de $GL(E)$
33 – Loi de réciprocité quadratique