

106 : GROUPE LINEAIRE D'UN EV DE DIM FINIE – SS-GPES DE GL(E) – App

I. Description et sous-groupes de GL(E) [FaA][P]

1. Cas général
def, carac - $\sim \text{GL}_n$
2. Sous-groupes
det, $\text{SL}(E)$, $\text{PGL} / \text{PSL} - (O(q), O_n)$
Remarque : Gpes spéciaux et projectif comme en 1.

4. Connexité
 $\exp \text{ surj} \Rightarrow \text{GL}_n, \text{SL}_n(\mathbb{C})$ connexes – $\text{GL}_n(\mathbb{R})$ a 2 composantes

Biblio :

Faraut
Perrin
Mneimé Testard
Serre
+ Szpirglas

II. Propriétés algébriques de GL(E) et SL(E) [P]

1. Générateurs
def transvection, dilatations – **lemmes + engendrement**
2. Centre et groupe dérivé
homothéties $\sim \mathbb{K}^* / \mu_n(\mathbb{K}) - \mathbb{K} \text{ alg clos} \Rightarrow \text{PGL} = \text{PSL}$
 $\text{D}(\text{GL}) = \text{D}(\text{SL}) = \text{SL}$
3. Cardinal
Th Burnside – card ds F_q , isomorphismes exceptionnels

Développements :

4 – Générateurs de $\text{SL}(E)$ et $\text{GL}(E)$
7 – Décomposition polaire (cas réel)
30 – Sous-groupes compacts de $\text{GL}(E)$

III. Propriétés topologiques ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}) [FaA][MT][Se]

1. Structure de groupe topologique
 GL_n ouvert de M_n , $g \mapsto g^{-1}$ cont, gpe topo pr la topo induite
2. Compacité
lemme : O_n et U_n **compacts** - **ss-gpes compacts de $\text{GL}(E)$**
3. Homéomorphismes
 $\text{GL}_n(\mathbb{C}) \sim \mathbb{C}^* \times \text{SL}_n - \text{GL}_n(\mathbb{R}) + (\text{ou-}) \sim \mathbb{R}^+ \times \text{SL}_n -$ **dec polaire**