

## 109 : ANNEAU $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ – App

### I. Généralités

[AF2] - [G1][Pe]

1. Congruences et structure d'anneau  
relation d'eq, anneau – intègre, corps, prop alg – Th chinois
2. Groupe des inversibles  
carac des invbles, ind Euler, prop – Aut  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^* \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

#### Biblio :

Arnaudies Fraysses 2  
Gourdon  
Perrin  
Combes

### II. Applications en arithmétique

[AF2][Com][Pe]

#### Développements :

1. Nombres premiers et congruences  
Th Fermat, Wilson - **Th de Dirichlet faible**  
Tests de primalité (Fermat, Lucas-Lehmer)
2. Arithmétique dans  $\mathbb{F}_p$  (  $p$  premier )  
Symbole de Legendre, prop, Gauss – Carrés ds  $\mathbb{F}_p$   
**carac -1 carré, app : entiers de Gauss**

11 – Théorème de Dirichlet faible  
15 – Entiers de Gauss ( -1 carré ssi ... )

### III. Applications aux polynômes

[Pe][Com]

1. Réduction et irréductibilité  
critères d'Eisenstein et d'irréductibilité mod  $p$
2. Polynômes cyclotomiques  
def - Irréductibilité de  $\Phi_n$  sur  $\mathbb{Q}$ ,  $[\mathbb{Q}(z):\mathbb{Q}]$