

## 120 : DIMENSION D'ESPACE VECTORIEL - RANG – Ex & App (en dimension finie)

### I. Dimension [Nou]

1. Familles libres, génératrices, bases  
def libre etc, sur/sous-familles - def dimension, ex
2. Espace de dimension finie  
Th base incomplète, cor, dim des sev, somme de sev
3. Familles de vecteurs et applications lineaires  
lien liberté/injectivité etc, carac par l'image d'une base - dualité

### II. Rang [Nou][GoL][Be][G1]

1. Rang d'une application linéaire  
def – Th du rang – carac des bij – app: pol interp de Lagrange
2. Rang d'une famille de vecteurs  
def – lignes ou colonnes – matrice extraite
3. Rang d'une matrice  
defs, carac - def opérat° élém, mat échelonnées – méth de Gauss

### III. Utilisation du rang [Cog] – [RDO1] – [G2]

1. Classification par le rang  
action, orbite,  $\sim$ Jr - topologie – facteurs invariants
2. Systèmes linéaires  
syst de Cramer - syst compatible : def, carac
3. Calcul différentiel  
Th des extrema liés - Th du rang cst

### IV. Applications de la dimension [Cog] - [P] - [CoB]

1. Algèbre linéaire  
trigo/diagonalisabilité, dim des sep, red endom normaux –  
existence du pol min, dim  $K[u]$
2. Algèbre bilinéaire  
def rg d'une f.q. - signature (Gauss, Sylvester, lien avec la dim)  
def SETIM et indice – (dec de Witt) –  $v(Q)=\min(p,q)$   
classification des f.q.
3. Théorie des corps  
extension = ev, def degré, carac ext finie – ss corps des élém  
algébriques – app : constructibilité

#### Biblio :

Nourdin  
Goblot (alg linéaire)  
Beck  
Rouvière  
Gourdon 1 et 2  
Serre  
Cognet ( alg lin et alg bilin )  
Perrin

#### Développements :

Analyse 20 – Théorème des extrema liés  
32 – Indice d'une forme quadratique