

# 126 : ENDOMORPHISMES DIAGONALISABLES EN DIM FINIE

## I. Outils [RDO]

1. Eléments propres  
vp, sep, somme directe – def : diagble ssi  $E = \sum E_i$
2. Polynôme caractéristique  
def, coef fct° des racines – lien avec  $\text{Sp}(u)$ , mult geom < mult alg
3. Polynômes annulateurs et polynôme minimal  
 $K[u]$ ,  $J_u$ ,  $\pi(u)$  – Th Cayley-Hamilton

## II. Endomorphismes diagonalisables [G1] - [Be][FG2]

1. Caractérisation  
carac par base de vp, base diag,  $\chi$  - lemme noyaux – carac par  $\pi$ , P
2. Propriétés  
s-e stable, diag simult
3. Résultats topologiques  
 $D_n(\mathbb{C})$  dense dans  $M_n(\mathbb{C})$ , faux dans  $\mathbb{R}$ , A diag ssi  $S(A)$  fermée  
(dec polaire)

## III. Exemples d'utilisations [G1][Be][FG2] - [Gri]

1. Réduction de Dunford et application à exp  
exp surj - Th Dunford – app :  $\exp(A) = I$  ssi A diagble et  $\text{Sp}(A) \subset 2\pi\mathbb{Z}$
2. Théorème de Burnside  
diagble + nilpotent  $\Rightarrow = 0$ , lemmes, Th Burnside

3. Calculs et résolution d'équations  
calcul de  $A^k$ ,  $\exp(A)$  – syst de suites rec – syst diff linéaire

## IV. D'autres endom remarquables [G1][Gri][Cog]

1. Endom normaux  
def, diagble ds  $U_n$  – cas part : herm :  $\text{Sp} \in \mathbb{R}$  / sym : diagble ds  $O_n$
2. Endom semi simples  
def, carac par  $\pi$  –  $\sim$  diagble ds  $\mathbb{C}$

### Biblio :

Ramis Deschamps Odoux  
Gourdon  
Beck  
Francinou Gianella (alg 2)  
Grifone  
Cognet

### Développements :

9 – propriétés de l'exponentielle de matrices  
26 - Classes de similitude et topologie (version mat diagbles )  
28 – Théorème de burnside