

# 145 : METHODES COMBINATOIRES – PROBLEMES DE DENOMBREMENT

## I. Généralités [Mo1][Nou]

1. Cardinal d'un ensemble fini  
inj/surj/bij-ection – Card -  $\#(EUF), (ExF), (F^E)$  – form du crible, app
2. Combinatoire  
nb de : combinaisons/permutat°/arrangements
3. Principes de dénombrements  
de Moivre – des tiroirs (– *des bergers* – *de Dirichlet*)

## II. Fonctions arithmétiques [G1][Pe][FG1]

1. Indicatrice d'Euler  
def, #inversibles – fct° mult – calcul -  $\sum \varphi(d)=n$  - app
2. Fonction de Möbius  
def – fct° mult - **formule d'inversion** – app : nb de pol irred de  $F_q$

## III. Groupes et dénombrement [Pe][Com]

1. Actions de groupes  
eq° aux classes – th de Burnside – app : ss-gpes finis de  $SO(3)$ ,  
**loi de réciprocité quadratique**
2. Théorèmes de Sylow  
th – nb de Sylow – app : simplicité
3. Isomorphismes exceptionnels

## IV. Séries génératrices [Nou][GoC][Com]

Def – **app : nb de dérangmts – suite de Fibonacci** – nb de Catalan

### Biblio :

Monier (alg mpsi)  
Nourdin  
Gourdon (alg)  
Perrin  
Francinou Giannella (alg 1)  
Combes  
Goblot (alg commutative)

### Développements :

13 – Polynômes irréductibles sur  $F_p$   
24 – Exemples d'utilisation des séries génératrices  
33 – Loi de réciprocité quadratique