

## **206 – Théorèmes de point fixe. E&A.**

*Un petit commentaire avant de commencer : je n'aime vraiment pas cette leçon ! Ce plan est une brève ébauche mais je n'ai pas bien approfondi ma recherche sur cette leçon. Alors attention, plan à manipuler avec beaucoup de précaution !*

Le plan :

### **I) Autour de Banach-Picard.**

#### **1) Théorème de Banach-Picard.**

Le théorème. Exemple avec les hypothèses non vérifiées. Renforcement du théorème de point fixe. Théorème de point fixes effectifs avec variations dans les hypothèses. Famille de points fixes. Exemples.

#### **2) Application aux équations différentielles.**

Théorème de Cauchy-Lipschitz et variantes. Exemple. Equation intégrales. Exemples.

#### **3) Application au calcul différentiel.**

Difféomorphismes. Théorème d'inversion locale.

#### **4) Analyse numérique.**

Recherche de solutions aux équations de type  $F(X)=0$ . Méthode de Newton.

### **II) Autour de Brouwer.**

#### **1) Le théorème.**

Théorème de Brouwer. Lemme de non rétraction. Champ rentrant dans la sphère. Théorème de Perron-Frobenius. Lemme des trois fermés.

#### **2) Théorème de Schauder et ses potes.**

Le théorème. Théorème de Cauchy-Péano. Perte d'unicité. Problèmes avec des fonctions bornées.

#### **3) Vers Kakutani.**

Théorème de point fixe de Brouwer-Kakutani. Sous-groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$ . Sous-groupes finis de  $GL_n(\mathbb{R})$ . Massera.

Les développements :

B15 : Méthode de Newton pour les polynômes

B34 : Théorème d'inversion locale

La bibliographie :

[Rou]-[GT1]-[GT2]-[ZuQ]-[Pom]-[CL1]