

215 – Applications différentiables sur un ouvert de \mathbb{R}^n .

E&A.

Le plan :

I) Différentiabilité.

Définition. Indépendance vis-à-vis de la norme. Exemple : multiplication matricielle. Application différentielle. Continuité. Propriétés, df_a forme linéaire. Différentielle d'une composition. Dérivée selon un vecteur, dérivées partielles. Base canonique. Jacobienne. Expression de la différentielle dans une base. Exemple. Théorème du rang constant.

II) Accroissements finis et applications.

Théorème des accroissements finis. Théorème fondamental du calcul intégral. Théorème de Sard. Convergence simple et différentiabilité. Exemple.

III) Ordre supérieur.

Deux fois différentiabilité. Exemple. Théorème de Schwarz. N-fois différentiable. Lemme de Schwarz. Formules de Taylor. Exemple de fonctions C^1 non C^2 , C^∞ .

IV) Applications.

1) Problèmes d'extrema.

Conditions nécessaires, points critiques. Notations et règles de Monge. Application à l'étude de la position relative d'une surface et de son plan tangent en un point. Extrema liés. Lemme de Morse.

2) Difféomorphismes.

Théorème d'inversion locale, globale. Application au théorème de changement de variables. Exemple : coordonnées polaires \rightarrow intégrale de Gauss. Théorème du rang constant. Théorème des fonctions implicites. Applications.

Les développements :

B8 : Théorème d'inversion locale

B13 : Lemme de Morse (à deux variables)

B14 : Théorème du rang constant

B26 : Théorème de Hadamard-Levy

B27 : Différentielle d'une limite simple, application à l'exponentielle

La bibliographie :

[Ave]-[Rou]-[Ben]-[Go2]