216 – Etude métrique des courbes. E.

Un petit commentaire avant de commencer : préparez ces leçons de géométrie différentielle ! Quasiment personne ne le fait et ne choisit ces leçons à l'oral, pourtant ce n'est pas très dur de faire une bonne leçon sur le sujet. Je vous conseille donc de bien préparer au moins celle-ci !

Le plan :

I) Propriétés locales.

1) Définition d'un arc et d'une courbe paramétrée.

Attention, ce n'est pareil. La courbe est une classe d'équivalence (la classe « à difféomorphisme près ») d'arcs paramétrés (données par un intervalle et une fonction). Définition de la longueur. Théorème d'invariance par rapport à la paramétrisation choisie. Abscisse curviligne.

2) Cas des courbes planes.

Définition de la courbure, cercle osculateur, centre de courbure, etc. Repère mobile de Freinet (introduire correctement le vecteur normal unitaire !). Exemples de courbes planes. Expression de k en coordonnées. Etude d'une courbe en un point singulier. Courbes définies implicitement.

3) Cas des courbes dans l'espace.

Définition de la torsion, vecteur binormal. Expression de la torsion en coordonnées. Formule de Freinet. Contre-exemple de courbe dont la torsion est partout et non plane. Plan osculateur, etc. Courbes définies implicitement.

II) Propriétés globales.

1) Autour du théorème fondamental.

Version $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, remarque sur $\mathbb{R}^n$. Attention avec la torsion. Courbe régulière plane $\mathcal{C}^3$ à courbure constante non nulle. Courbe tracée sur une sphère.

2) Gros théorèmes.

Théorème de Jordan. Inégalité isopérimétrique. Théorème des 4 sommets.

Les développements :

B28 : Définition de la longueur d'arc
B29 : Courbe tracée sur une sphère

La bibliographie :

[BeG]-[Lav]