

## 217 – Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$ . E.

Le plan :

### I) Définitions, caractérisations.

#### 1) Préliminaires de calcul différentiel.

Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Notion d'immersion, de submersion. Théorème du rang constant. Unicité locale de immersion/submersion de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^n$ .

#### 2) Sous-variétés.

Définition. Illustration. Point de vue « visuel ». Caractérisations d'une sous-variété. Contre exemples.

### II) Notion d'espace vectoriel tangent.

Définition. Cas des sous-variétés. App : position relative d'une surface et de son plan tangent en un point. App : surfaces de  $\mathbb{R}^3$ , courbes de  $\mathbb{R}^2$ . Lemme de Morse.

### III) Exemples de sous-variétés.

#### 1) Groupes classiques.

$O(n)$ ,  $SL_n$ . Plans tangents en l'identité à un groupe. Matrices de rang donné.

#### 2) Autres exemples.

Contour apparent d'une quadrique. Fenêtre de Viviani.

Les développements :

B14 : Théorème du rang constant

B33 : Fenêtre de Viviani

La bibliographie :

[Rou]-[Laf]