223 – Convergence des suites numériques. E&A.

Le plan :

I) Généralités.

Convergence. Suites de Cauchy, application à la construction de R. Critères de convergence de suites numériques. Théorème de Bolzano-Weierstrass. Convergence au sens de Césaro. Ne pas oublier les théorèmes portant sur la limite d'une suite. Suites adjacentes, exemple de la moyenne arithmético-géométrique. Exemples : suites géométriques.

II) Suites récurrentes.

1) Ordre un.

Etude détaillée dans le cas où f est contractante, croissante, décroissante. Eventuellement théorème de point fixe.

2) Ordre deux.

Cas linéaire. Résolution.

III) Analyse numérique.

1) Approximation d'intégrales.

Formules de quadrature. Méthode des trapèzes. App : Euler-Mac Laurin et application à la recherche de développements asymptotiques.

2) Recherche de zéros.

Méthode de dichotomie, de Lagrange, de Newton. Méthode de Newton pour des polynômes.

IV) Séries numériques.

1) Obtention de théorèmes généraux.

Critère de Cauchy. Développement asymptotique de $\sum 1/n$. Somme partielle et reste. TCSP, TSA. Sommes de Riemann et de Bertrand.

2) Séries entières.

Théorèmes d'Abel et taubériens. Règles pour la détermination du rayon de convergence.

Les développements :

B3 : Application d'Euler-Mac Laurin à la recherche de développements asymptotiques
B11 : Théorème taubérien fort de Hardy-Littlewood
B15 : Méthode de Newton pour les polynômes
B22 : Développement asymptotique de la série harmonique

La bibliographie :

[Go2]-[Dem]-[CL?]-[AF2]-[Fil]