

229 – Fonctions monotones. Fonctions convexes.

Le plan :

I) Définitions, caractérisations.

Définition de monotonie. Diverses caractérisations. Fonctions à variations bornée. Fonctions convexes, définitions. Equivalences en 4 assertions. Caractérisations dans les cas \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^2 . Toutes les petites propriétés du [FG4]. Composition, opérations. Etude asymptotique. Application : étude de l'équation différentielle $y''+q(t).y=0$.

II) Propriétés.

1) Régularité.

Points de continuité, etc. Bijection continue.

2) Convergence.

Lemme de Dini, théorème de Helly. Remarque probabiliste.

3) Log-convexité.

Propriétés de la log-convexité, application à la fonction Γ d'Euler. Caractérisation de Γ par la log-convexité.

III) Applications.

1) Analyse numérique.

Fonctions monotones et suites récurrentes. Extrema et fonctions convexes. Méthode du gradient à pas fixe.

2) Inégalités de convexité.

Exemples (Hölder, arithmético-géométrique,...). Inégalité de Jensen. Remarque probabiliste.

3) Résultats sur les séries.

Comparaison série/intégrale, théorème des séries alternées.

Les développements :

B20 : Etude de l'équation différentielle $y''+q(t).y=0$

B23 : Méthode du gradient à pas fixe

B32 : Fonctions à variation bornée

La bibliographie :

[Go2]-[Gra]-[Ru0]-[FG4]-[Pom]-[Hau]