

## **235 – Suites et séries de fonctions intégrables. E&A.**

Le plan :

### **I) Intervernion de limites.**

Cadre : espace mesuré, fonctions à valeurs dans  $\mathbb{R}$  mesurables. Convergence  $\mu$ -pp. Théorème de convergence monotone. Lemme de Fatou. Intervernion  $\Sigma/\int$  dans le cas général. Théorème de Fubini/Tonelli. Exemples et contre-exemples.

### **II) Application : intégrales à paramètre.**

Théorèmes sur les intégrales à paramètre. Versions globales et compactes. Exemple de la fonction  $\Gamma$  d'Euler. Prolongements holomorphe puis méromorphe de  $\Gamma$ . Contre-exemples.

### **III) Espaces $L^p$ et régularisation.**

Définition des espaces  $L^p$ , Hölder-Minkowski, structure d'espace de Banach. Convergence dominée, version  $L^p$ . Riesz-Fréchet-Kolmogorov. Application : convolution. Définition, définition d'une suite régularisante. Théorèmes de convergence. Densité de  $C_c$  puis de  $C_c^\infty$  dans  $L^p$ . (Si il y a de la place, parler un peu de  $L^2$ ).

### **IV) Suites de variables aléatoires intégrables.**

Définition de  $X L^1$ , de  $X L^p$ . Propriétés, définition d'équicontinuité. Convergence  $L^p$ . Théorèmes et exemples. Lien entre les différentes convergences. Applications : loi des grands nombres, théorème de la limite centrale.

Les développements :

B9 : Approximation régulière de fonctions  $L^p$

B10 : Les espaces  $L^p$  sont des espaces de Banach

B18 : Prolongement méromorphe de  $\Gamma$  à  $\mathbb{C}$ .

La bibliographie :

[ZuQ]-[Ou1]-[Ou2]-[Bré]-[Far]-[Hau]