

238 – Méthodes de calcul approché d'intégrables.

Le plan :

Définition d'une formule de quadrature. Exactitude. Ordre.

I) Interpolation de Lagrange.

Polynôme d'interpolation de Lagrange. Théorème d'erreur d'interpolation. Applications : formule des rectangles, des trapèzes, de Simpson, estimations de l'erreur dans chacun des cas. Interpolation composée, erreur. Formules de Newton-Cotes. Exemple de la méthode des trapèzes composée. Erreur. Ordre des méthodes de Newton-Cotes.

II) Polynômes orthogonaux.

Définition de L_ω^2 (ω est une fonction poids). Structure hilbertienne. Polynômes orthogonaux. Théorème d'existence et d'unicité d'une base hilbertienne de L_ω^2 formée de polynômes orthogonaux unitaires. Racines des polynômes orthogonaux. Formules gaussiennes, construction optimale. Exemple : formule du point au milieu et estimation d'erreur.

III) Noyau de Péano.

Théorème d'expression du noyau de Péano. Exemple de calculs, de représentations graphiques puis d'estimations d'erreurs pour différentes méthodes.

IV) Autour de la somme des trapèzes.

Nombres et polynômes de Bernoulli, propriétés. Formule d'Euler-Mac Laurin. Application : recherche de développements asymptotiques. Exemple : formule de Stirling avec reste.

Les développements :

B3 : Application d'Euler-Mac Laurin : la recherche de développements asymptotiques.

B4 : Polynômes orthogonaux et méthodes de Gauss

La bibliographie :

[Fil]-[Dem]-[Sch]