<u>238b – Méthodes de calcul approché d'intégrales et d'une solution d'une équation différentielle.</u>

Un petit commentaire avant de commencer : je parle ici d'Euler-Mac Laurin, mais c'est uniquement pour avoir un deuxième développement à proposer. Je recommande vivement de trouver autre chose pour la partie I-3, par exemple parler du noyau de Péano, et/ou aussi trouver un développement sur la partie équations différentielles qui pourrait se case dans les leçons 220/221 par exemple.

<u>Le plan :</u>

I) Calcul approché d'intégrales.

1) Interpolation de Lagrange.

Théorème, estimation de l'erreur d'interpolation. Application : formules des rectangles, des trapèzes, de Simpson. Formules composées : théorème d'interpolation composée, erreur. Application : formules de Newton-Cotes. Exemple de la formule composée des trapèzes, erreur.

2) Polynômes orthogonaux.

Définition de L^2_ω. Théorème d'existence et d'unicité d'une base hilbertienne formée de polynômes orthogonaux unitaires. Racines. Application : formules gaussiennes. Exemple de la formule du point au milieu, erreur.

3) Autour de la somme des trapèzes.

Nombres et polynômes de Bernoulli, propriétés. Formule d'Euler-Mac Laurin. Application à la recherche de développements asymptotiques, exemple de la formule de Stirling à reste.

II) Calcul approché de solutions d'une équation différentielle.

Cadre, Théorème de Cauchy-Lipschitz.

1) Schémas à un pas explicites.

Mise en place. Schémas de Runge-Kutta. Exemple : schéma d'Euler explicite. Schéma de Runge. Cadre général, méthode de Runge-Kutta. Représentation en tableau. Exemple en ordre 4.

2) Convergence et erreur.

Définition d'un schéma convergent. Théorème d'Arzelà-Ascoli. Convergence d'Euler explicite. Consistance d'un schéma. CS. Stabilité par rapport aux erreurs. CS. Consistance+stabilité=convergence.

<u>Les développements :</u>

B3 : Application d'Euler-Mac Laurin à la recherche de développements asymptotiques
B4 : Polynômes orthogonaux et méthodes de Gauss

<u>La bibliographie :</u>

[Fil]-[Sch]-[Dem]