

243 – Convergence des séries entières, propriétés de la somme. E&A.

Le plan :

I) Rayon de convergence.

1) Définitions.

Définition d'une série entière. Lemme d'Abel. Définition du rayon de convergence. Définition du disque de convergence, du cercle d'incertitude. Remarques. Premières « traques » du rayon de convergence.

2) Traque du rayon de convergence.

Formule de Hadamard. Règle de d'Alembert. Règle de Cauchy.

3) Opérations.

Addition, produit de Cauchy. Relations de comparaison entre les coefficients. Composition. Inverse.

II) Propriétés de la somme dans le disque.

Continuité, holomorphie, analyticité. Principe des zéros isolés. Inégalités de Cauchy. Formule de Cauchy.  galit  de Parseval. Séries de même somme sur un disque.

III) Propriétés au bord du disque.

Points réguliers et singuliers, exemples. Théorème d'Abel. Théorème taubérien faible, théorème taubérien fort. Exemples. Il y a toujours un point singulier. Séries entieres lacunaires. Théorème des lacunes de Hadamard.

IV) Développements en série entière.

Présentation, technique. Critères d'une fonction D.S.E. Obtention d'un D.S.E. sur \mathbb{R} . Application à la définition de fonctions sur \mathbb{C} . Intérêts : solutions d'une équation différentielle développables en série entière, calcul d'intégrales.

Les développements :

B7 : Théorème taubérien fort de Hardy-Littlewood

B31 : Théorème des lacunes de Hadamard

La bibliographie :

[ZuQ]-[Go2]-[Pom]