

## **247 – Exemples de problèmes d'interversion de limites.**

Le plan :

### **I) Sur les suites et séries.**

Convergence uniforme et continuité. Version séries. Limite sur tout compact de  $(1+z/n)^n$ . Théorème de dérivation d'une limite. Formule sommatoire de Poisson. Application : sous-espaces fermés de  $\mathcal{C}([a,b])$  de dimension finie. Holomorphicité d'une limite. Séries entières : théorèmes d'Abel et de Tauber.

### **II) Sur l'intégration.**

Lemme de Fatou, TCM, TCD. Application : intégrales à paramètre. Exemple : prolongement méromorphe de la fonction  $\Gamma$  d'Euler à  $\mathbb{C}$ . Intégrales multiples. Théorèmes de Fubini et Tonelli. Version séries doubles.

### **III) Sur le calcul différentiel.**

Différentiation d'une limite de suite de fonctions différentiables. Lemme de Schwarz. Application : lemme de Morse et étude de la position relative d'une surface et de son plan tangent en un point.

Les développements :

B7 : Théorème taubérien fort de Hardy-Littlewood

B18 : Prolongement méromorphe de la fonction  $\Gamma$  d'Euler à  $\mathbb{C}$

B27 : Différentiation d'une limite , exemple de l'exponentielle matricielle

La bibliographie :

[ZuQ]-[Go2]-[Pom]-[GT1]-[Rou]-[BrP]