

## 203 : UTILISATION DE LA NOTION DE COMPACTITE

### I. La notion de compacité [Die][Tis][AF2]

1. Espace métrique compact  
Borel-Lebesgue / precompact + Complet
2. Ensemble compact
3. Compacité et dimension  
fermés bornés en dim finie - Riesz : B compacte  $\Leftrightarrow$  dim finie

### II. Continuité et convergence [Die][G][SR]

1. Dans un espace compact  
v-a, bornée, Th d'Alembert, Heine, Dini
2. Sur tout compact  
continuité, deriv et integ de la lim
3. Applications  
Th d'Ascoli – Th de Brouwer – cor – th de Schauder

### III. Approximation [Die][G][Be]

1. Densité dans  $C(E,C)$   
Stone-Weierstrass, Weierstrass
2. Densité des fonctions à support compact ( $C_c$  et  $C_c^\infty$ )

### IV. Opérateurs compacts [Die][G]

1. Opérateurs compacts  
def – continuité –  $K(E,F)$  fermé si F Banach – vp –  $\dim(\text{sep}) < \infty$
2. Opérateurs hermitiens compacts dans un Hilbert  
def – existence de l'adjoint –  $\|u\|$  ou  $\|u\|$  vp - app : Th spectral

#### Biblio :

Dieudonné  
Gourdon  
Beck  
Brezis  
Arnaudies Fraysses 2  
Tisseron  
Saint Raymond

#### Développements :

1 – Théorème de Stone Weierstrass  
3 – Théorème de Schauder  
24b – Opérateurs et compacité (  $\dim(\text{sep}) < \infty$  +  $\|u\|$  ou  $\|u\|$  vp )