

204 : CONNEXITE – Ex & App

I. Définition et caractérisations [Tis][SR]

1. Espaces connexes
def avc ouverts fermés – carac avc partitions / $f:E \rightarrow [0,1]$ – ex, prop
2. Composantes connexes
union de connexes, def, ex
3. Connexité par arcs
def - \Rightarrow connexe, réciproque fausse, ex : B^n
4. Espace localement connexe
def, ex : E discret / evn

II. Connexité dans R et fonctions continues [Nou][G2]

1. Connexes de R
 \Rightarrow intervalle, réciproque vraie - composantes
2. Théorème des valeurs intermédiaires et applications
TVI – cor : pts fixes, homéo, ... - Th Darboux
3. Equations différentielles
unicité locale \Rightarrow globale - (solutions maximales)

III. Connexité en dim supérieure [Nou][G2][ZQ]

1. Connexes de R^n
 R^n connexe – R et R^2 non homeo – boules, connexes non par arc

2. Calcul différentiel

$Df_x = 0$ sur U ouv conn \Rightarrow f cste - th d'inversion globale
Théorème d'Hadamard Lévy

3. Formes linéaires et hyperplans

H hyp de $M_n \Rightarrow H \cap GL_n \neq \emptyset$ – **$f \in E^*$ cont ssi $E \setminus \ker f \text{ CPA}$**

IV. Holomorphie et (simple) connexité [SR]

1. Fonctions holomorphes sur un connexe
 $f^{-1}(\{0\})$ fermé, cor – f non cste \Rightarrow ouverte – princ du max
2. Simple connexité
def homotope, SC – ds C convexe \Rightarrow SC – f homeo \Rightarrow $f(SC) = SC$
3. Fonction holomorphes sur un domaine SC
exist de primitives holom – th des résidus

Biblio :

Tisseron
Saint Raymond
Nourdin
Gourdon
Zuilly Queffelec

Développements :

25 – Formes linéaires et connexité
26 – Théorème d'Hadamard Levy