

## 204 : CONNEXITE – Ex & App

### I. Définition et caractérisations [Tis][SR]

1. Espaces connexes  
def avc ouverts fermés – carac avc partitions /  $f:E \rightarrow [0,1]$  – ex, prop
2. Composantes connexes  
union de connexes, def, ex
3. Connexité par arcs  
def -  $\Rightarrow$  connexe, réciproque fausse, ex :  $B^n$
4. Espace localement connexe  
def, ex : E discret / evn

### II. Connexité dans R et fonctions continues [Nou][G2]

1. Connexes de R  
 $\Rightarrow$  intervalle, réciproque vraie - composantes
2. Théorème des valeurs intermédiaires et applications  
TVI – cor : pts fixes, homéo, ... - Th Darboux
3. Equations différentielles  
unicité locale  $\Rightarrow$  globale - ( solutions maximales )

### III. Connexité en dim supérieure [Nou][G2][ZQ]

1. Connexes de  $R^n$   
 $R^n$  connexe – R et  $R^2$  non homeo – boules, connexes non par arc

### 2. Calcul différentiel

$Df_x = 0$  sur U ouv conn  $\Rightarrow$  f cste - th d'inversion globale  
**Théorème d'Hadamard Lévy**

### 3. Formes linéaires et hyperplans

H hyp de  $M_n \Rightarrow H \cap GL_n \neq \emptyset$  –  **$f \in E^*$  cont ssi  $E \setminus \ker f \text{ CPA}$**

### IV. Holomorphie et (simple) connexité [SR]

1. Fonctions holomorphes sur un connexe  
 $f^{-1}(\{0\})$  fermé, cor – f non cste  $\Rightarrow$  ouverte – princ du max
2. Simple connexité  
def homotope, SC – ds C convexe  $\Rightarrow$  SC – f homeo  $\Rightarrow$   $f(SC) = SC$
3. Fonction holomorphes sur un domaine SC  
exist de primitives holom – th des résidus

#### Biblio :

Tisseron  
Saint Raymond  
Nourdin  
Gourdon  
Zuilly Queffelec

#### Développements :

25 – Formes linéaires et connexité  
26 – Théorème d'Hadamard Levy