

213 : ESPACES DE HILBERT – BASES HILBERTIENNES – Ex & App

I. Espaces de Hilbert [Tis][Be]

1. Préhilbertiens
def / CS / Minkowsky - =>evn / réciproque
2. Hilbert
def / euclidien / hermitien – ex : $L^2(T)$ / Bergman
3. Théorèmes de projection
sur un convexe fermé (Hahn Banach) – sur un sev fermé

Biblio :

Tisseron
Beck
Brezis

Développements :

8 – Espace de Bergman (complétude + base hilbertienne)
24 – Théorème spectral

II. Bases hilbertiennes [Be]

1. Définition et propriétés
2. Caractérisation et exemples
o-n + Parseval / ex : $L^2(T)$ / app : SF
o-n + orthogonal vide / ex : **Bergman**
3. Orthonormalisation
procédé de Schmidt – polynomes orthogonaux

III. Dualité [Be][Br][Tis]

1. Théorème de Riesz
Th – adjoint – isométrie $H \approx H'$
2. Opérateurs compacts
def – continuité – vp / dim (sep) $< \infty$
3. Opérateurs hermitiens
def – existence de l'adjoint – **Théorème spectral**