

229 : FONCTIONS MONOTONES – FONCTIONS CONVEXES – Ex & App

I. Définitions et caractérisations [G2][Nou][TM]

1. Définitions
fct° \uparrow , \downarrow , strictmt – convexe, concave, strictmt – espace convexe
2. Caractérisations des fonctions monotones
a/ **f cont** : ssi injective, f^{-1} , homéo
b/ **f der** : ssi $f' > 0$
c/ **stabilité**
3. Caractérisations des fonctions convexes
a/ **f cont** : ssi $g_{x_0} \uparrow$, \Rightarrow cont sur \dot{I} , ineg pentes – ssi cont+midconv
b/ **f der** : ssi $f' \uparrow$ ssi au dessus des pentes – $f \in C^2$: ssi $f'' > 0$
c/ **stabilité**

II. Régularité et convergence [TM][G2]

1. Limites et régularité des fonctions monotones
Th lim monotone, lim g et d – cont/réglée - # {pts discontinu} a.p.d.
2. Limites et régularité des fonctions convexes
Th cont, der à g et d – $f'_g \leq f'_g$, \uparrow - # {pts non deriv} a.p.d.
3. Suites et séries de fonctions
Th Dini – suites de fct° convexes – cvgce $\Sigma > 0$ – comp $\Sigma /$

III. Propriétés et applications [G2][Nou]

1. Utilisation de fonctions monotones
id unique autom de corps de \mathbb{R} – fct° à var bornées

2. Inégalités de convexité
ineg générale – arithmetico-geom – Hölder, Minkowski, app : L^p
3. Fonctions log-convexes
 \Rightarrow convexe, carac – fct° Γ

IV. Fonctions convexes sur \mathbb{R}^n [Be] – [G2] – [Fil]

1. Généralités
def fct°, esp convexes – nvelles carac – ex
2. Normes et convexité
norme = f.c. – fct° positvt homogènes, app : norme tq $B_N(0,1) = \Omega$
3. Extrema des fonctions convexes
existence du min – méthode du gradient à pas constant

Biblio :

Gourdon (analyse)
Tissier Mialet
Beck
Nourdin
Filbet

Développements :

21 – Méthode du gradient
29 – Fonctions positivement homogènes