

234 : ESPACE L^p , $1 \leq p \leq \infty$ – Ex & App

I. Définition des espaces L^p [FaC]

1. Espace \mathcal{L}^p
norme p – Hölder – Minkowski – ev semi-normé
2. Espace de Banach L^p
def L^p - Riez Fischer, cas L^∞
3. Premières propriétés
si μ finie, $p \leq q \Rightarrow L^p \subset L^q$, C_c dense ds L^p

II. Propriétés des espaces L^p [Gra][Br][ZQ]

1. Convergence
TCVD – c. $L^p \Rightarrow$ c.s pr une ss-suite – lemme Brézis Lieb
2. Dualité
 $(L^1)' = L^\infty$ - $(L^\infty)' = L^1$ - Th représentation de Riesz - $(L^p)' = L^q$
3. Compacité
Ascoli – Riesz Frechet Kolmogorov

III. Convolution et approximation [FaC][Br]

1. Convolution
def – prop : $f * g \in L^p$, cont, deriv - support
2. Approximation
approximation de l'identité – cvgce sur tt compact, $L^p - C_c^\infty$ dense

IV. L'espace de Hilbert L^2 [FaC][Br]

1. Structure hilbertienne
def, description – projection – base hilbertienne, ex
2. Espace de Bergman
completude – base hilbertienne sur D

Biblio :

Faraut (Calcul intégral)
Brézis
Gramain
Zuilly Queffelec

Développements :

8 – Espace de Bergman
17 – Densité de C_c^∞
18 – Convergences p.p et en norme dans L^p